LS EL Alia	***Devoir de synthèse n°2***	***AS : 2012/2013***
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 :(3 points)

Déterminer l'unique bonne réponse et sans justification.

1) L'équation $(e^x)^2 - 1 = 0$ admet dans IR :

a) aucune solution b) Un seule solution c) Deux solutions

2) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(\frac{1}{x})$ égale à : a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

3) Soit A et B deux points fixes de l'espace. L'ensemble des points M vérifiant : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ est

a) (AB) b) Un plan contenant A et B c) La sphère de diamètre [AB]

Exercice n°2 : (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct.

Soit les points A(1,2,-1) ;B(1,0,1) ;C(2,1,-1) et H(1,1,0).

1)a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que A,B et C ne sont pas alignés.

b) Calculer l'aire du triangle ABC

2) On donne les points D (2,2,1) et D'(0,0,-1).

a) Vérifier que H est le milieu de [AB] et [DD'].

b) Monter que (HD) est perpendiculaire au plan (ABC)

c) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

d) Déterminer une équation du plan médiateur Q du segment [AB]

3) Soit S l'ensemble des points d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 3 = 0$.

a) Monter que S est une sphère de centre B et passant par D et D'.

b) Déduire que S et Q sont sécants suivant un cercle de centre H dont on précisera son rayon.

4) Soit S' la sphère de centre A et passant par D.

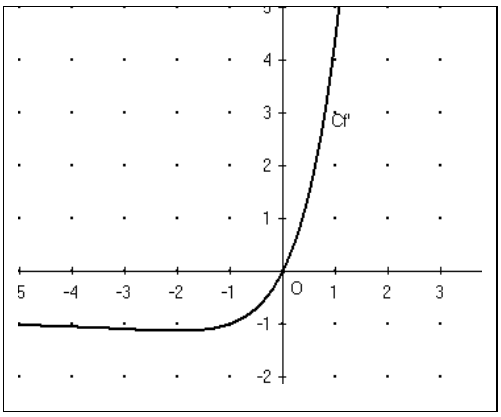
a) Vérifier que S' passe par D'.

b) Déduire l'ensemble d'intersection de S et S'.

Exercice n°3 :(5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x\,e^x - x - 1$.

On donne ci contre la courbe de f ' fonction dérivée de f.



1) a)Calculer f'(x) puis étudier graphiquement son signe.

b) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ puis dresser son tableau de variation.

2)a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que la droite D : y = -x -1 est une asymptote à C_f au voisinage de - ∞ puis étudier leurs position relative.

c) Tracer dans un repère orthonormé la courbe C_f et D.

3) Soit α un réel de]-∞ ,0[.On pose A(α) l'aire de la partie du plan limitée par C_f ,l'asymptote D

et les droits x = α et x =0.

a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = f'(x) - x - e^x$.

b) Calculer A (α) en fonction de α.

c) Calculer $\lim\limits_{\alpha \to -\infty} A(\alpha)$

<u>Exercice n°4 : (7 points)</u>

A) Soit la suite (I_n) définie sur IN* par : $I_n = \int_1^e (\ln x)^n \, dx$

1) a)Montrer que (I_n) est positive et décroissante.

b) Par une intégration par partie ; montrer que pour tout n ∈ IN* on a : $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$.

c) Montrer que I_1 =1 puis déduire la valeur I_2.

B) La courbe dans l'annexe est celle de la fonction f définie sur]0, + ∞[par : $f(x) = 1 - (\ln x)^2$

1) Graphiquement, dresser le tableau de variation de f.

2) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.

3) Soit V le volume de le solide de révolution engendré par la rotation de l'arc courbe de f associé à [1 ; e] autour de l'axe des abscisses.

a) Montrer que: $V = \pi(I_4 - 2I_2 + e - 1)$
b) Calculer V.
4) Montrer qur f réalise une bijection de [1,+∞[sur un intervalle J à déterminer.
b) Vérifier que $f^{-1}(x) = e^{\sqrt{1-x}}$
c) Tracer sur l'annexe la courbe de f^{-1}.
d) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f^{-1} , les droites d'équations x = 0, y=1 et y = e.